大阪公立大学 前期文系 サンプル問題

[1] 自然数 n に対して,

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1$$

とおく．また

$$n!! = \begin{cases} n(n-2)(n-4)\cdots\cdots 5\cdot 3\cdot 1 & (n\text{が奇数のとき}) \\ n(n-2)(n-4)\cdots\cdots 6\cdot 4\cdot 2 & (n\text{が偶数のとき}) \end{cases}$$

とおく、次の問いに答えよ．

(1) $1000!$ を素因数分解したときにあらわれる素因数3の個数を求めよ．

(2) $1000!!$ を素因数分解したときにあらわれる素因数3の個数を求めよ．

(3) $999!!$ を素因数分解したときにあらわれる素因数3の個数を求めよ．

---

(1) 求める個数を A_1 とすると、ガウス記号を用いて．

$$\begin{aligned} A_1 &= \left[\frac{1000}{3}\right] + \left[\frac{1000}{9}\right] + \left[\frac{1000}{27}\right] + \left[\frac{1000}{81}\right] + \left[\frac{1000}{243}\right] + \left[\frac{1000}{729}\right] \\ &= 333 + 111 + 37 + 12 + 4 + 1 \\ &= 370 + 128 \\ &= \underline{498} \end{aligned}$$

(2) 求める個数を A_2 とする．

$$1000!! = 2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot\cdots\cdots 994\cdot 996\cdot 998\cdot 1000 = 2^{500}\cdot 500!$$

$$\begin{aligned} \therefore A_2 &= \left[\frac{500}{3}\right] + \left[\frac{500}{9}\right] + \left[\frac{500}{27}\right] + \left[\frac{500}{81}\right] + \left[\frac{500}{243}\right] \\ &= 166 + 55 + 18 + 6 + 2 \\ &= 172 + 55 + 20 \\ &= \underline{247} \end{aligned}$$

(3) 求める個数を A_3 とする．

$$999!! = 1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdots 995\cdot 997\cdot 999$$

より $1000! = 1000!! \times 999!!$

$$\therefore A_1 = A_2 + A_3$$

$$\begin{aligned} A_3 &= 498 - 247 \\ &= \underline{251} \end{aligned}$$