(2) 実験すると $n=1$ の時余り 1, n が偶数の時余り 1, n が 1 でない奇数の時余り 3 と予想できる. そしてこれを示す.

(a)n が偶数の時,
$n=2k \quad (k=1,2,3\dots)$ とすると,
$a_{2k}=3^{2k}-2^{2k}\equiv(-1)^{2k}=1\ (mod4)$

(b)n が奇数の時,
$n=2k-1 \quad (k=1,2,3\dots)$ とすると,
$a_{2k-1}=3^{2k-1}-2^{2k-1}$
ここで,
$k=1$ の時は $a_{2k-1}=3-2\equiv1\ (mod4)$ であり,
$k\neq1$ の時は $2^{2k-1}\equiv0\ (mod4)$ より, $a_{2k-1}=3^{2k-1}-2^{2k-1}\equiv(-1)^{2k-1}=3\ (mod4)$

(a)(b) より,

$$\begin{cases} n=1 \text{ の時, 余り } 1 \\ n \text{ が偶数の時, 余り } 1 \\ n \text{ が } 1 \text{ でない奇数の時, 余り } 3 \end{cases}$$

(3)(2) より, $\quad S_{2k}-S_{2k+1}\equiv0\ (mod4)(k=1,2,3\dots)$ であるから,
$S_{100}\equiv S_1+S_{100}=2\ (mod4)$