

解)  $\sqrt{x^2 + 84} > 0$  より  $\sqrt{x^2 + 84} = k$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) とする。

$$84 = k^2 - x^2 = (k+x)(k-x) \text{ であり、}$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \text{ である。}$$

また、 $(k+x) + (k-x) = 2k$  (偶数) より、 $k+x$  と  $k-x$  の偶奇は一致する。

したがって、 $k-x < k+x$  ( $\because x \in \mathbb{N}$ ) より考えうるのは

$$\begin{cases} k+x = 42 \\ k-x = 2 \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} k+x = 14 \\ k-x = 6 \end{cases} \quad \text{である。}$$

これを解いて  $x = 4$  or  $20$